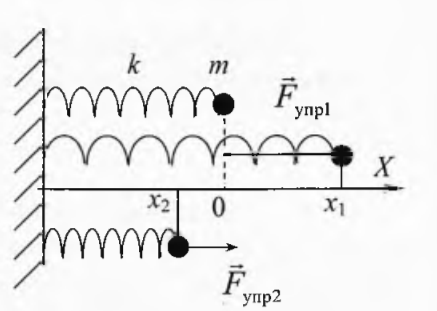
**Теория (общая физика)**

**Пружинный маятник** - колебательная механическая система, состоящая из невесомой пружины, подчиняющейся закону Гука, один конец которой жёстко закреплён, а на втором находится груз массы .

В данном случае, в проекции на ось легко получить

Использование закона Гука опять же предполагает, что колебания достаточно малы. Мы получили аналогичное уравнение

Уравнения такого вида называются дифференциальными уравнениями второго порядка. Их решение хорошо известно. В общем случае, уравнение

Это уравнение называется уравнением гармонического осциллятора.

Имеет решение

**Замечание**. Если колебания происходят вертикально в поле тяжести:

Заменой переменной, с учетом положения равновесия, можно исключить слагаемое , тогда вновь получим

Таким образом, действие дополнительной постоянной силы не влияет на результат.

Скорость колебаний

Кинетическая энергия

Потенциальная энергия

Полная энергия

В оптике часто используется пропорциональность

Средняя энергия

Аналогично

Поэтому

* **1 способ нахождения периода или частоты гармонических колебаний**.

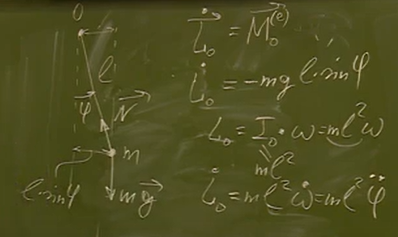
Пусть некоторая обобщенная координата подчиняется уравнению гармонического осциллятора:

Это сразу дает значение частоты и периода колебаний из параметра .

* **2 способ нахождения периода или частоты гармонических колебаний**.

Если мы из энергетических соображений приходим к такому равенству, то параметр при так же сразу дает частоту колебаний.

Если продифференцировать это равенство, то получим что оно эквивалентно уравнению гармонического осциллятора.

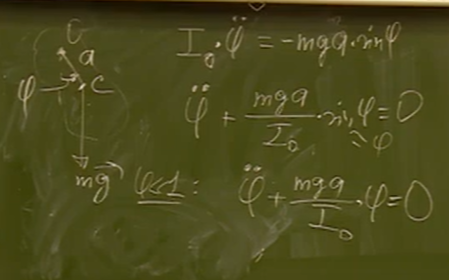
**Математический маятник**.

Вывод через уравнение моментов

Это непростое уравнение, решением которого является эллиптический интеграл. Однако, для малых колебаний:

И мы получим обычное уравнение гармонического осциллятора

**Физический маятник**.

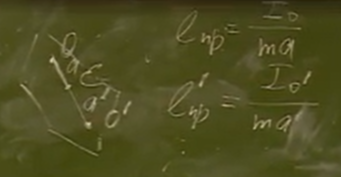
**Аналогично получаем

Для малых колебаний

Следовательно, период колебаний

*–* приведенная длина

**Теорема Гюйгенса**.

Докажем равенство приведенных длин

По т. Гюйгенса-Штейнера

**Затухающие колебания**.

Рассмотрим горизонтальное колебание грузика на пружинке. Пусть на него действует сила трения

Тогда

Решение этого уравнения:

– частота незатухающих колебаний.

**Слабые затухания**.

Если , то и колебания являются слабо затухающими

*–* коэффициент (декремент) затухания (размерность 1/c)

– постоянная времени колебания

Логарифмический декремент затухания:

Это безразмерная величина – число колебаний, за которое амплитуда уменьшится в раз.

**Добротность колебаний**.

Добротность колебательного контура — это параметр, который определяет ширину резонанса и показывает, во сколько раз запасы энергии в контуре превышают потери энергии за один период колебаний. Чем выше добротность системы, тем медленнее будут затухать колебания.

Для слабозатухающих колебаний ():

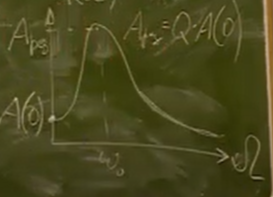
Заметим, что

**Вынужденные колебания**.

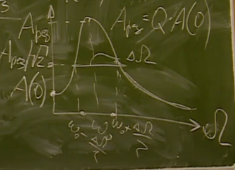
Заметим, что спустя какое-то время частота колебаний установится равной частоте колеблющей силы. Поэтому решение будет иметь такой вид:

Подставив в уравнение, можно найти решение. Решим, однако, уравнение методом комплексных амплитуд.

Решение ищем в виде:

**Для слабозатухающих колебаний

**Резонансная характеристика колебательной системы**.

Рассмотрим интервал

**Параметрические колебания, параметрический резонанс***.*

Параметрические колебания — это колебания, вызываемые и поддерживаемые изменением во времени параметров системы (например, изменение длины математического маятника).

Пример

Решение этого уравнения – функции Матье. Он установил, что параметрический резонанс наступает, если частота изменения параметров равна удвоенной частоте собственных колебаний (). Например, частота приседания\поднимания стоящего человека на качели должна быть в два раза больше частоты колебаний качели.

**Автоколебания —** незатухающие колебания в диссипативной динамической системе с нелинейной обратной связью, поддерживающиеся за счёт энергии постоянного, то есть непериодического внешнего воздействия.